Chapitre 6
L'aire des solides

6.1 Les solides

6.2 L'aire des prismes

6.4 L'aire des cylindres

6.3 L'aire des pyramides

6.5 L'aire des solides décomposables

& recherche de mesure manquante

Notes de cours

Mathématiques 2e secondaire

Mai 2020

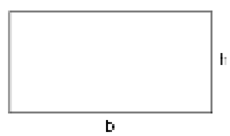
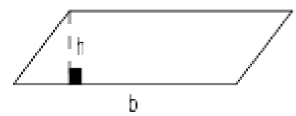
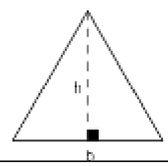
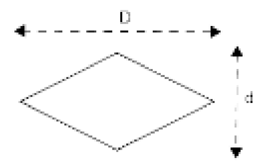
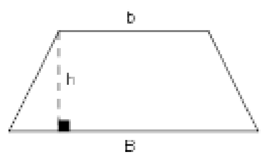
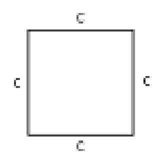
Étape 3

Nom : ____

Groupe : ____________

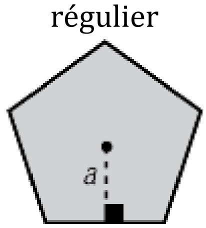
*Ce d*ocument de notes de cours a été préparé par Josiane Richard et Mylène Picotte
Et a été inspiré de :

L'aire des polygones

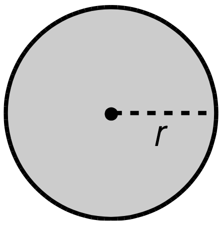
Figure	Aire	Figure	Aire
Rectangle		Parallélogramme	
	$A = b \cdot h$		$A = b \cdot h$
Triangle		Losange	
	$A = \frac{b \cdot h}{2}$		$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Trapèze		Carré	
	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$		$A = c^2$

Les polygones réguliers.

Un polygone <u>régulier</u> est un polygone dont tous ses côtés ainsi que tous ses angles sont isométriques.

Figure	Périmètre	Aire
Pentagone régulier 	$P = n \cdot c$ Où $\boldsymbol{n}$ est le nombre de côtés Et $\boldsymbol{c}$ est la mesure d'un côté du polygone	$A = \frac{c \cdot a \cdot n}{2}$ Souvent, on emploie la formule $A = \frac{P \cdot a}{2}$ Où $\boldsymbol{P}$ est le périmètre et $\boldsymbol{a}$ est l'apothème du polygone

Le cercle

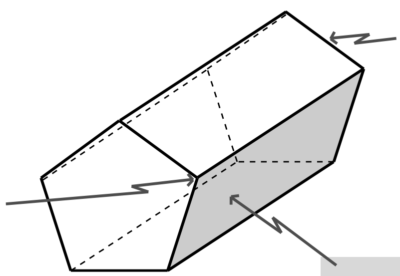
Figure	Circonférence	Aire
	$c = \pi d$ ou $c = 2\pi r$ Où $\boldsymbol{r}$ est le rayon et $\boldsymbol{d}$ est le diamètre	$A = \pi r^2$ Où $\boldsymbol{r}$ est le rayon

Les Solides

On peut décrire un solide à l'aide de **faces,** d'**arêtes** et de **sommets.**

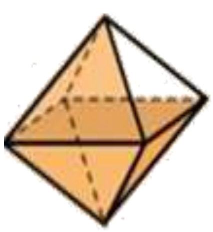
Arête : Ligne d'intersection entre deux faces d'un solide.

Sommet : Point commun à au moins deux arêtes d'un solide.

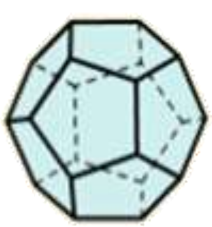


Face : Surface plane ou courbe délimitée par des arêtes.

Exemple



Ce solide a _____________ faces, _____________ arêtes et ___________ sommets.



Ce solide a _____________ faces, _____________ arêtes et ___________ sommets.

La classification des solides

Un solide est une portion de l'espace ______________________________ délimitée par une surface fermée. Il existe 2 familles de solide : Les corps rond et les polyèdres.

Les corps ronds

Un corps rond est un solide limité par au moins une surface ________________________.

Boule

Cône

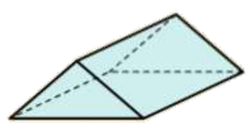
Cylindre

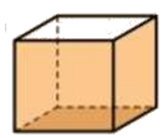
Les polyèdres

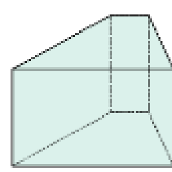
Un polyèdre est un solide limité par des faces ___________________ qui sont des __________________________.

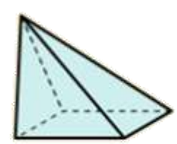
Prisme

Pyramide



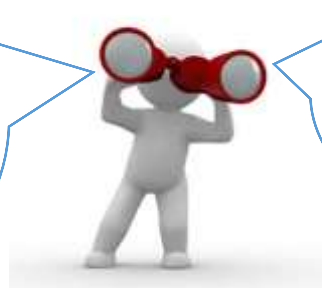






Prisme ou pyramide RÉGULIER (ère)

Un prisme ou une pyramide est **régulier(ère)** si ses (sa) bases sont des polygones



Prisme ou pyramide DROIT(E) Tous les prismes et pyramides étudiés en secondaire 2 sont DROITS

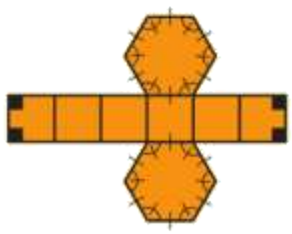
Développement d'un solide

Le développement d'un solide est la **figure plane** obtenue par la **mise à plat** de la surface du polyèdre.

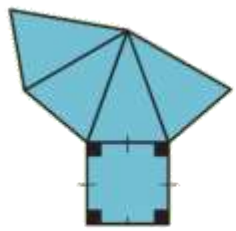
Exemple :

Associe les développements des solides suivants à l'un de 5 polyèdres suivant qui lui correspond :

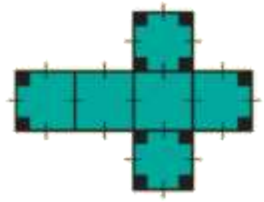
a) Développement 1

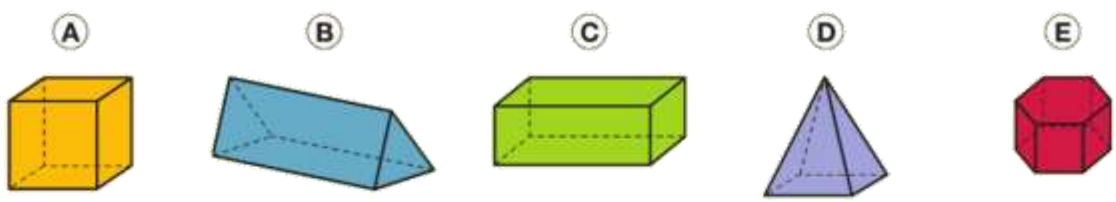


b) Développement 2



c) Développement 3



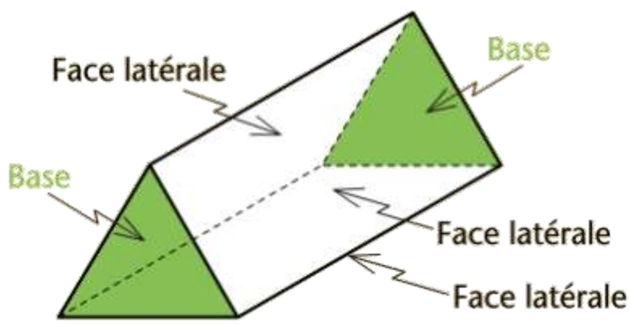


Les prismes

Tout prisme droit possède ____.

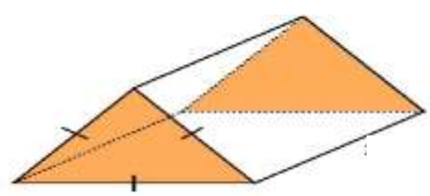
Ces bases sont ____

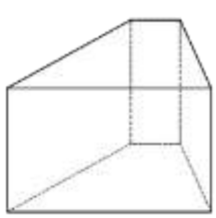
Les rectangles qui relient ces deux bases se nomment ___________________________.

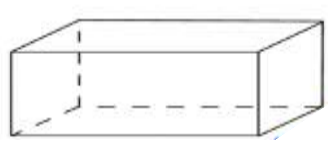


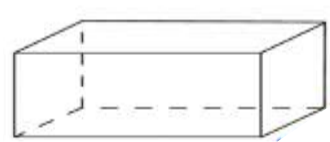
Remarque : Un prisme a autant de faces latérales que le polygone formant sa base a de côtés.

La **hauteur** d'un prisme droit correspond à la distance entre _____________________.



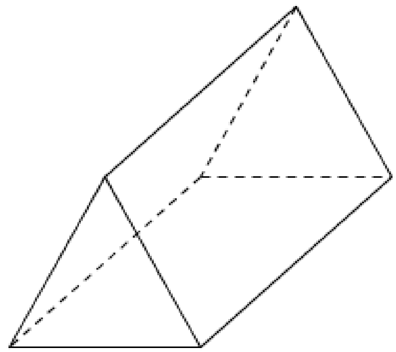


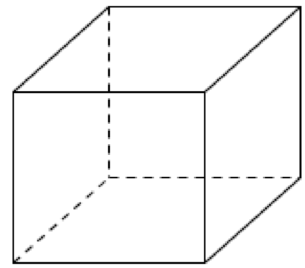


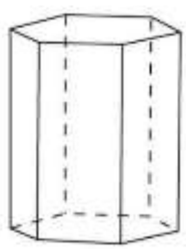


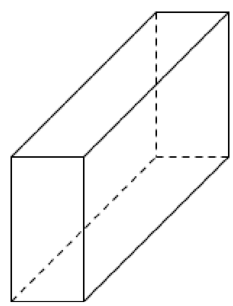
Nom des prismes On identifie un prisme selon les polygones qui forment ses bases.

Exemple : Nomme les prismes suivants et identifie leurs bases, leur hauteur et leurs faces latérales









L'aire d'un prisme

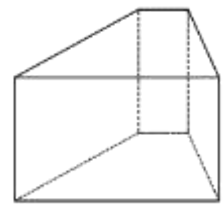
Formule

Aire totale d'un prisme =Aire des 2 bases + Aire latérale

$$A_T = 2A_B + A_L$$

Aire des 2 bases ($2 \cdot A_B$)

L'aire des bases est l'aire des deux polygones formant les bases de ce prisme. On utilise les formules d'aire des polygones (voir page 1)



Aire latérale (A_L)

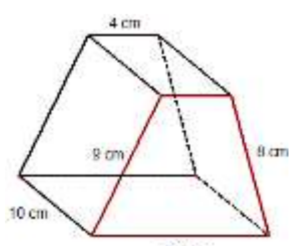
L'aire latérale d'un prisme est la somme des aires de toutes ses faces latérales. Elle peut se calculer de deux façons :

1re façon de calculer A_L

$$A_L = P_B \cdot h_s$$

P_B : Périmètre de la base

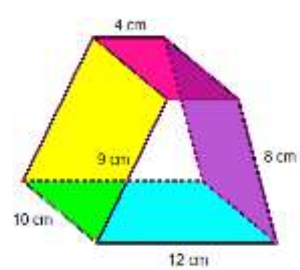
h_S: Hauteur du solide



Ou

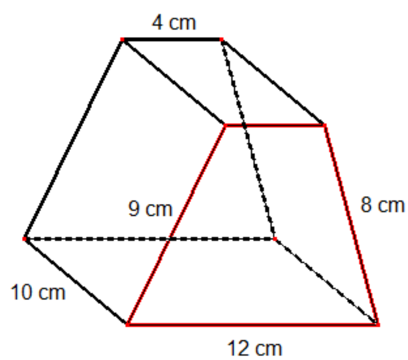
2e façon de calculer A_L

$A_L =$ **Somme de toutes les faces latérales**



Trouve l'aire latérale du prisme à base trapézoïdale avec les deux façons différentes de la page précédente :

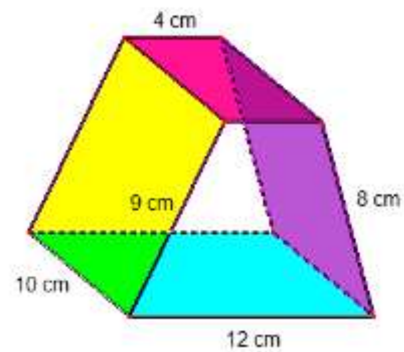
a) 1re façon de calculer A_L



$$A_L = P_B \cdot h_s$$

Aire latérale : ______________________

b) 2e façon de calculer A_L

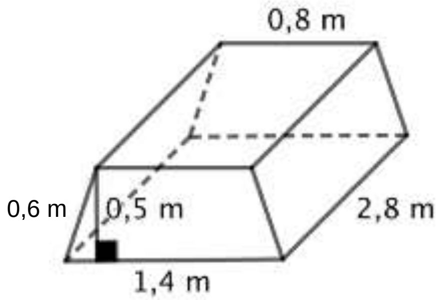


$A_L =$ **Somme de toutes les faces latérales**

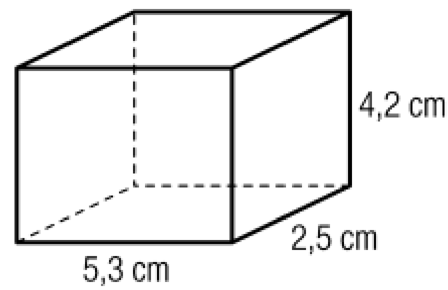
Aire latérale: ______________________

Exercices : Trouve l'aire totale des prismes suivants :

a)



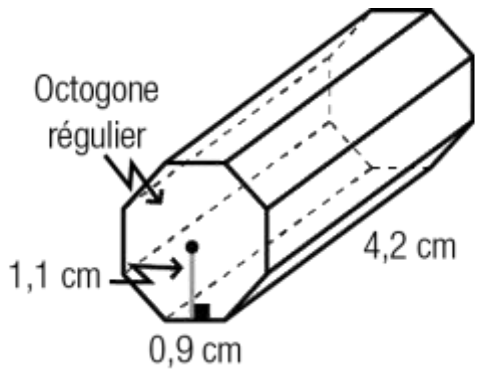
b)



Aire totale : ______________________

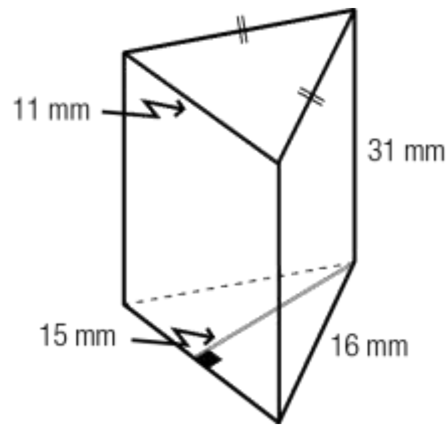
Aire totale : ______________________

c)



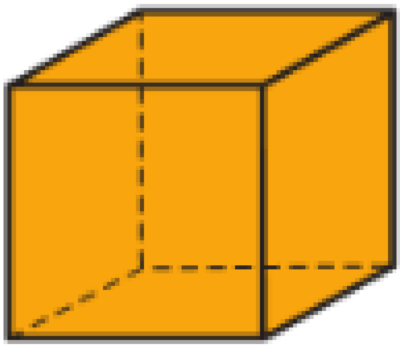
Aire totale : ____________________

d)



Aire totale : ____________________

Prisme particulier : Le cube



Le cube est un prisme à base __________________ dont les faces latérales sont aussi des __________________.

Il existe donc une formule simplifiée pour l'aire totale de ce prisme.

Voici comment arriver à la formule simplifiée de l'aire totale d'un cube

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$$

$$A_T = 2\, A_B + P_B \cdot h_s$$

$$A_T =$$

$$A_T =$$

$$A_T =$$

L'aire d'un CUBE

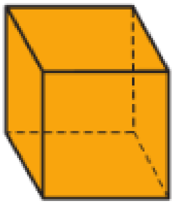
Formule

$$A_T = 6c^2$$

Où c est la mesure de l'arête du cube

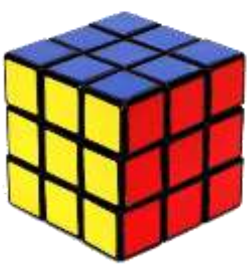
Exercices

a) *Détermine l'aire de ce cube si la mesure d'un côté est de 3,2 cm. Arrondie ta réponse au centième près.*



Aire du cube : ______________________________

b) *Le cube Rubik est un des jeux de casse-tête les plus vendus au monde. Il est formé de 26 petits cubes fixés à un axe central qui permet leur déplacement afin de les disposer par couleur sur chaque face du cube. L'aire totale d'un cube Rubik est de 223,26 cm², calcule la mesure d'un des petits côtés des faces carrés formant ce cube (le côté d'un petit collant de couleur). Arrondi ta réponse au centième près.*

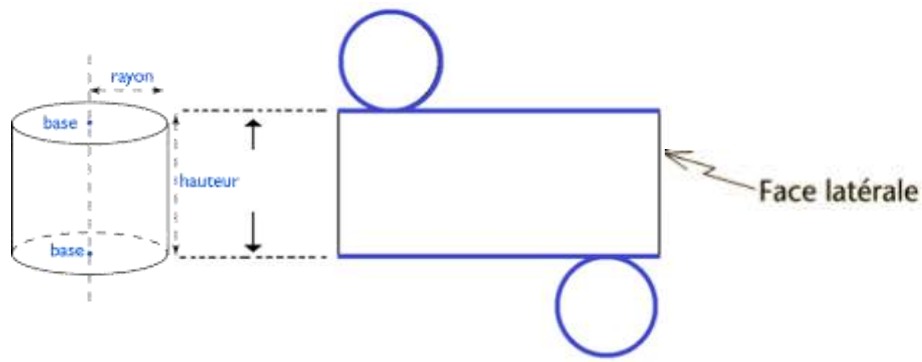


Mesure des côtés d'un petit carré ____________________________________

Le cylindre

Un cylindre est comme un « ____________________ » dont les deux bases sont ________________________ isométriques et dont la face latérale est

____



La **hauteur** est la distance entre ____.

L'aire d'un cylindre

Voici comment arriver à la formule de l'aire totale d'un cylindre à partir de l'aire totale du prisme

$$\boldsymbol{A_T = 2 \cdot A_B + A_L}$$

$$\boldsymbol{A_T = 2 \cdot A_B + P_B \cdot h_s}$$

$$\boldsymbol{A_T = \qquad\qquad +}$$

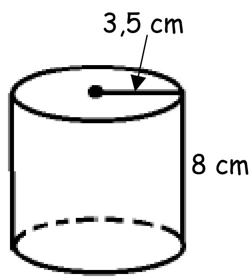
A_T : Aire totale du solide
A_B: Aire de la base
A_L : Aire latérale
h_S: Hauteur du solide
r: Rayon de la base

Formule

$$\boldsymbol{A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r h}$$

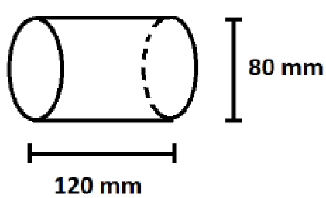
Exercices:

a) *Détermine l'aire LATÉRALE du cylindre suivant. Arrondi ta réponse au centième près.*



Aire latérale: ___________________________________

b) *Détermine l'aire totale de ce cylindre. Donne la réponse exacte, puis, la réponse arrondie au centième près.*

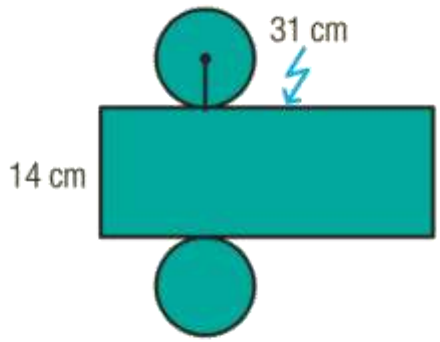


Aire totale valeur exacte : ___________________________________

Aire totale réponse arrondie au centième près : ___________________________________

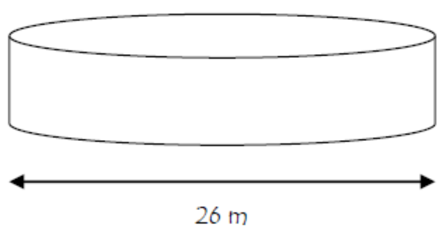
Trouver une mesure manquante dans un cylindre

a) Trouve le rayon de ce cylindre connaissant les mesures suivantes :



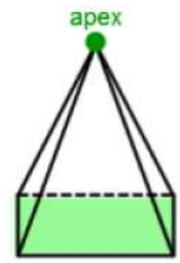
Mesure du rayon de la base du cylindre : ________________________

b) Trouve la hauteur de ce cylindre, sachant que son aire totale est de 598π m^2.



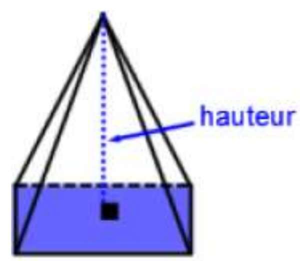
Mesure de la hauteur du cylindre : ________________________

Les pyramides

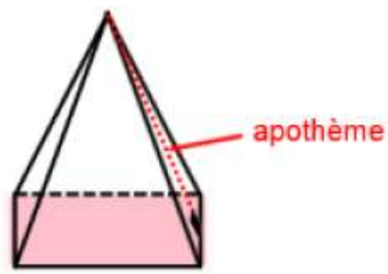


Toute pyramide possède une seule ______________________________ formée d'un polygone.

Le sommet de la pyramide se nomme l'________________________.



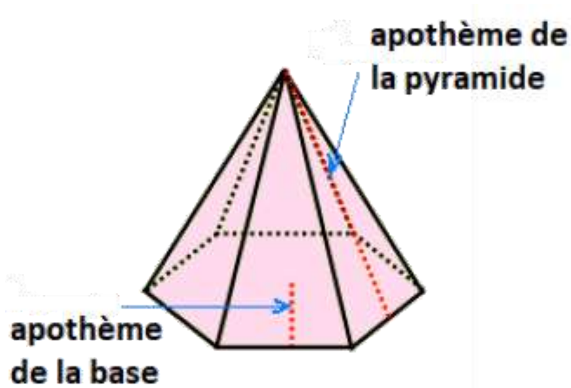
La _______________________d'une pyramide est la distance entre ____________________________ et le centre de sa ________________.



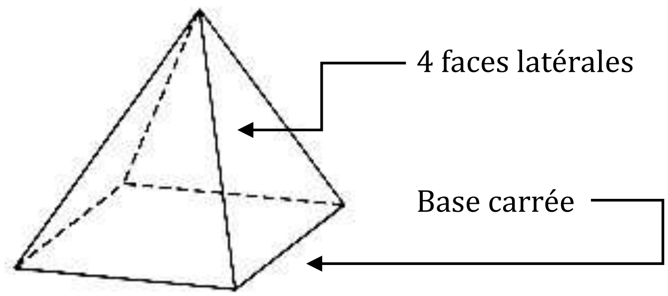
L'__________________________d'une pyramide régulière est le segment abaissé perpendiculairement de l'_______________ vers le côté_______________________________.

En d'autres mots, il correspond à la __________________________ du triangle formant une face latérale.

Remarque Il faut faire **ATTENTION** de ne pas mélanger l'apothème DE LA PYRAMIDE avec l'apothème DE LA BASE lorsque la base est un polygone régulier.



Dans une pyramide régulière, les faces latérales sont des ___________________________.



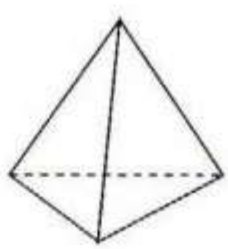
Remarque : Une pyramide a autant de faces latérales que le polygone formant sa base a de côtés.

Nom des pyramides :

Tout comme les prismes, on nomme une pyramide d'après _________________________.

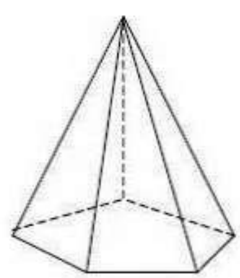
Exemple :

Nomme les pyramides selon leur base.



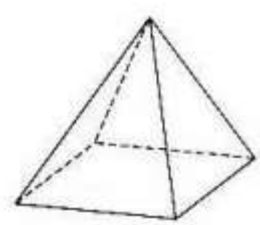
____

____



____

____



____

____

L'aire d'une pyramide

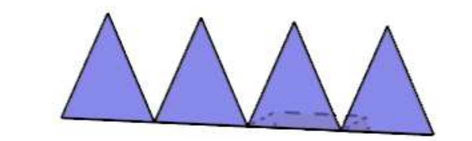
Formule

Aire totale d'une pyramide =Aire de la base + Aire latérale

$$A_T = A_B + A_L$$

Aire de la base (A_B)

C'est l'aire du polygone formant la base de la pyramide. On utilise les formules d'aire des polygones (voir page 1)



Aire latérale (A_L)

L'aire latérale d'un prisme est la somme des aires de toutes ses faces latérales. Elle peut se calculer de deux façons :

1re façon de calculer A_L

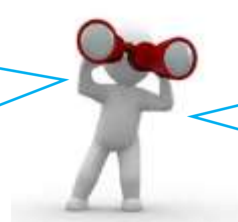
2e façon de calculer A_L

$$A_L = \frac{P_B \cdot a_P}{2}$$

ou

$$A_L = \text{Somme de toutes les faces latérales}$$

On privilégie cette façon si la base de la pyramide est un polygone régulier

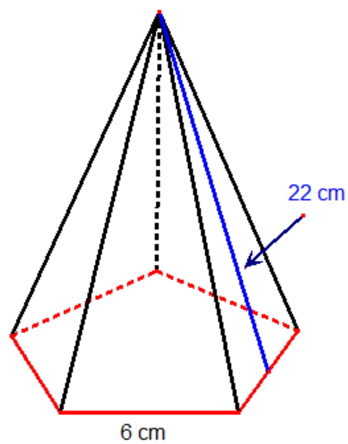


On privilégie cette façon si la base de la pyramide est un polygone irrégulier

Exercices :

Trouve l'aire latérale des deux pyramides.

a)



$$A_L = \frac{P_B \cdot a_P}{2}$$

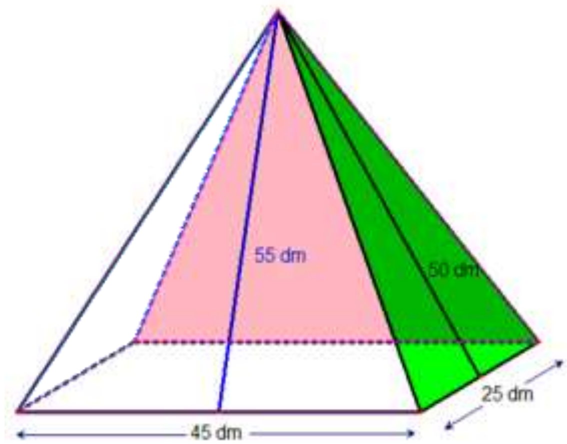
$\boldsymbol{A_L}$: Aire latérale

$\boldsymbol{P_B}$: Périmètre de la base

$\boldsymbol{a_P}$:Apothème de la pyramide

Aire latérale: ______________________

b)



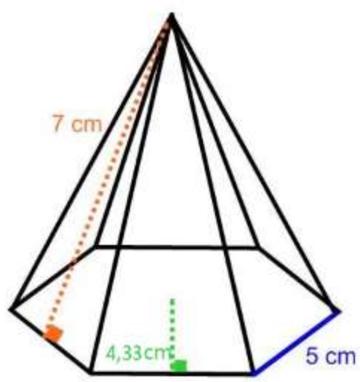
A_L = **Somme de toutes les faces latérales**

Aire latérale : ______________________

Détermine l’aire totale des pyramides suivantes.

ATTENTION !! Lorsque la base de la pyramide est un polygone régulier, il y a deux apothèmes dans le solide. Il ne faut pas les mélanger.

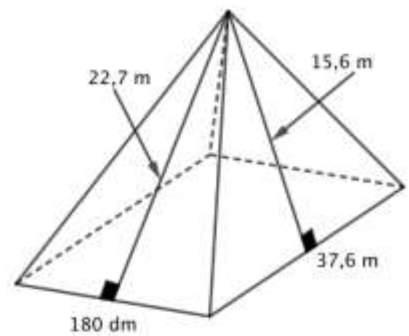
a) Quelle est l’aire totale de cette pyramide?



b)

Aire totale : ____________________________

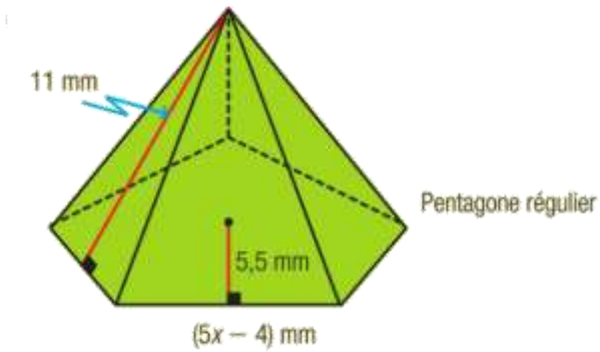
c) Quelle est l’aire totale de cette pyramide à base rectangulaire?



Aire totale : ______________________________

Un peu d'algèbre…

1) Quelle expression algébrique réduite nous donne l'aire totale de cette pyramide?

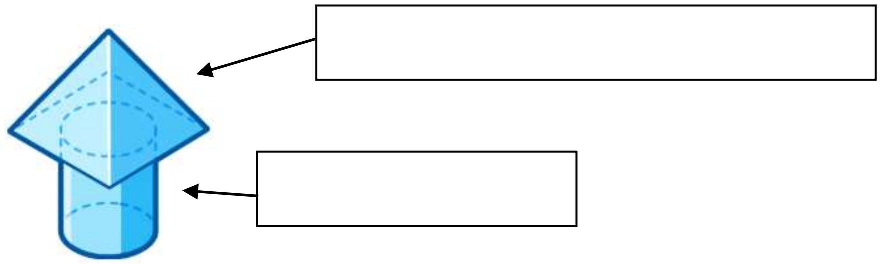


Expression algébrique réduite de l'aire totale : ___________________________

L'aire des solides décomposables

Un solide décomposable est un solide composé de différents solides connus et superposés.

Exemple :

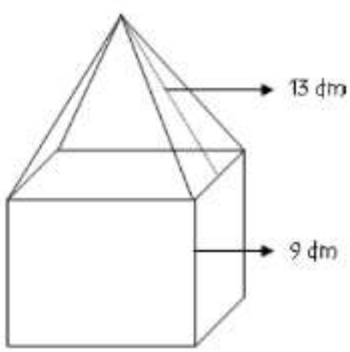


Pour trouver l'aire d'un solide décomposable, il faut :

- Décomposer le solide en plusieurs solides connus;
- Trouver l'aire **VISIBLE** de chaque solide connu individuellement;
- Additionner toutes les aires trouvées (seulement ce qui est **VISIBLE**).

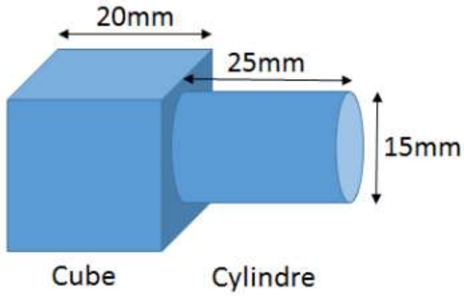
Exemples :

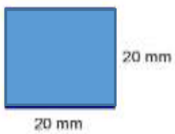
1) Trouve l'aire totale de ce solide décomposable formé d'un cube et d'une pyramide.

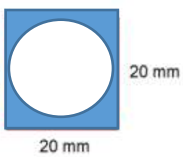


Aire du solide décomposable: ______________________

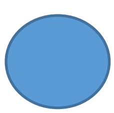
2) Trouve l'aire totale de ce solide décomposable formé d'un cube et d'un cylindre



5 x 

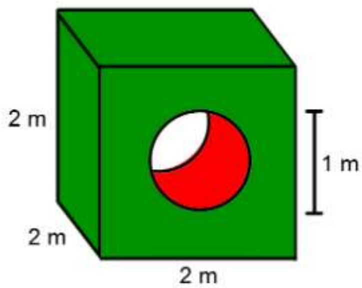
1 x 

1 x 

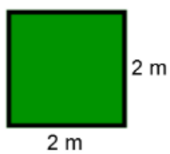
1 x 

Aire du solide décomposable: ___________________________

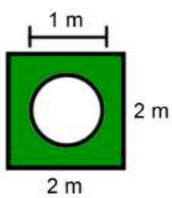
3) Trouve l'aire totale de ce solide décomposable concave. Il est formé d'un cube avec un TROU cylindrique à l'intérieur



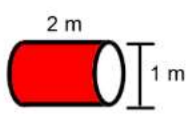
6



2

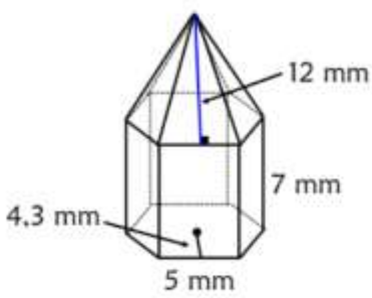


1



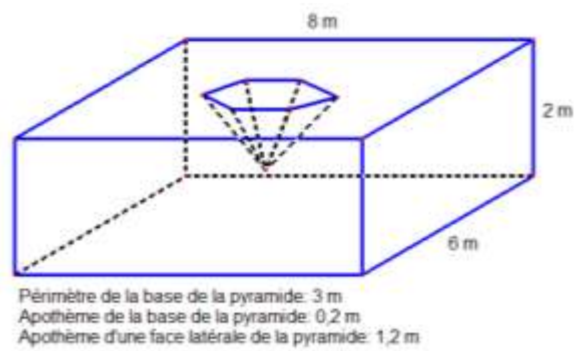
Aire du solide décomposable: ______________________________

4) Trouve l'aire totale de ce solide formé d'une pyramide et d'un prisme à base hexagonale



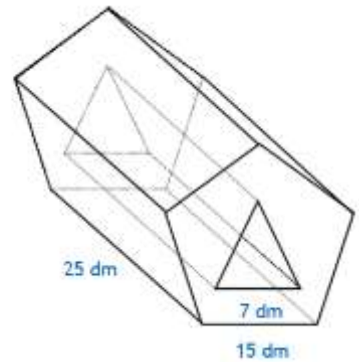
Aire du solide décomposable: ____________________

5) Trouve l'aire totale du solide concave ci-dessous. C'est une pyramide à base hexagonale creusée à l'intérieur d'un prime.



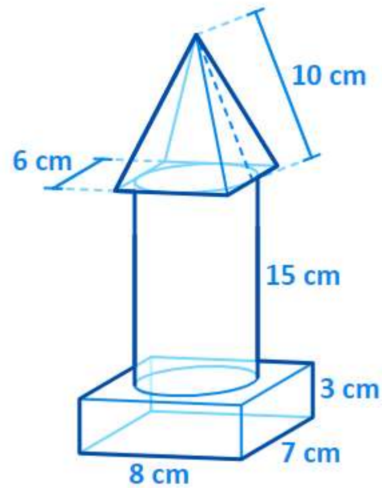
Aire du solide décomposable: ____________________

6) Détermine l'aire totale de ce solide percé, sachant que l'apothème de la base du prisme à base pentagonale est de 12,75 dm. Le trou a la forme d'un prisme régulier à base triangulaire. Le triangle a une hauteur de 60 cm.



Aire du solide décomposable: ___________________________

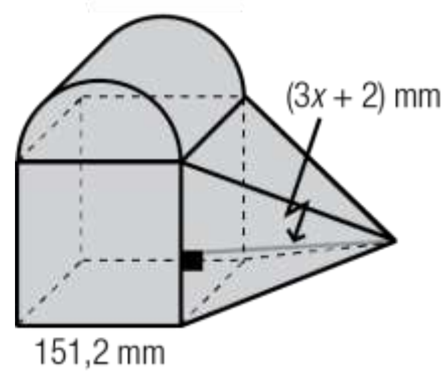
7) Détermine l'aire totale de ce solide décomposable formé à la base d'un prisme à base rectangulaire surmonté d'un cylindre puis d'une pyramide à base carrée.



Aire du solide décomposable: ________________________________

Un peu d’algèbre…

Quelle expression algébrique réduite nous donne l’aire totale de ce solide décomposable formé d’un cube, d’un demi-cylindre et d’une pyramide à base carrée ?



Expression algébrique réduite représentant l’aire du solide décomposable:

<u>La recherche de mesure manquante</u>

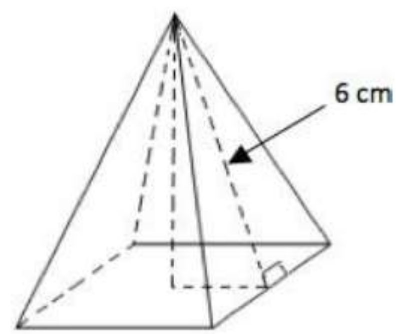
Démarche à suivre :

- On écrit la **formule d'aire** du solide (l'aire totale ou l'aire latérale)
- On **remplace** les variables connues par les mesures données
  - On obtiendra une équation algébrique à résoudre
- On fait les calculs selon les priorités d'opération
  - On RÉDUIT
- On isole la mesure manquante recherchée
  - On RÉSOUT l'équation algébrique en appliquant les opérations inverses

Exemple

1) **Trouver une mesure manquante à partir de l'aire latérale d'une pyramide**

Quelle la mesure du côté de la base de cette pyramide à base carré, si l'aire latérale de la pyramide est de 84 cm^2.

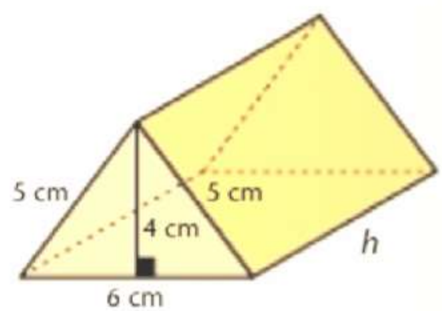


Mesure du côté de la pyramide : ________________________

2) Une pyramide a une aire latérale de 85 560 m^2. Son apothème mesure de 186 m. Quel est le périmètre de sa base.

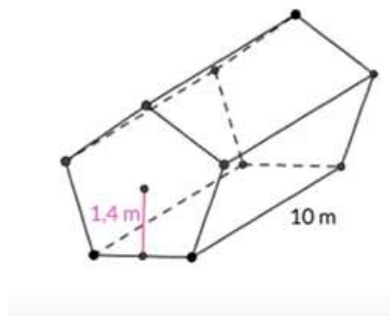
Périmètre de la base de la pyramide : ______________________________

3) Le prisme suivant a une aire totale de 139,2 cm^2. Détermine la mesure de sa hauteur.



Mesure de la hauteur du prisme : ______________________________

4) Trouve la mesure du côté de la base du prisme à base pentagonale ci-dessous, sachant que sont aire totale est de 114 m^2.

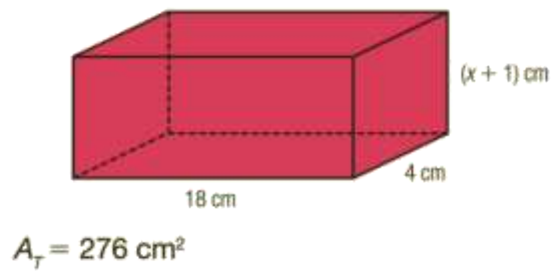


Mesure du côté de la base du prisme : ________________________

5) Quelle est la mesure du rayon de la base du cylindre suivant ? L'aire latérale du cylindre mesure 376,8 cm2 et la hauteur, 15 cm.

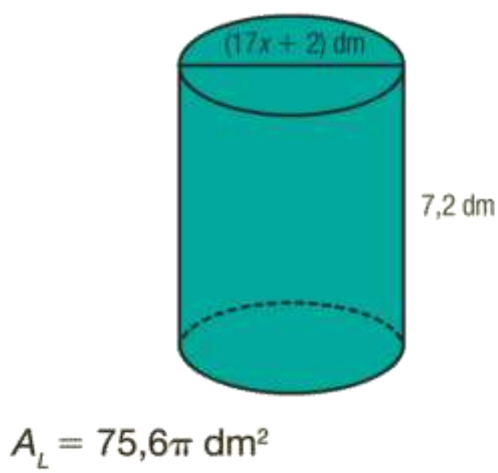
Mesure du côté de la base du prisme : ________________________

6) Détermine la valeur de x.



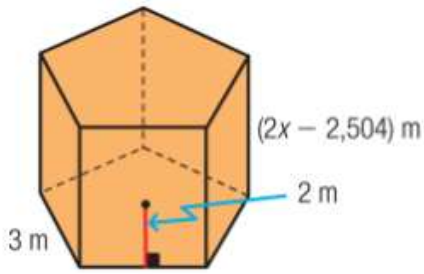
Valeur de x : ______________________

7) Détermine la valeur de x.



Valeur de x : ______________________

8) Quelle est la hauteur du prisme ci-dessous sachant que l'aire latérale est 29,64m²?



Hauteur du prime : ___________________________________